

$$\begin{aligned}
10634 \times 4321 + 5317 \times 1358 &= 5317 \times 2 \times 4321 + 5317 \times 1358 \\
&= 5317 \times 8642 + 5317 \times 1358 \\
&= 5317 \times (8642 + 1358) \\
&= 5317 \times 10000 \\
&= 53170000
\end{aligned}$$

提取公因式是运用拆分法的典型例子。提取公因式进行简化计算是一个最基本的四则运算方法，但一定要注意提取公因式时公因式的选择。

例如，计算：

$$999999 \times 777778 + 333333 \times 666666$$

方法一：

$$\begin{aligned}
\text{原式} &= 999999 \times 777778 + 333333 \times 3 \times 222222 \\
&= 999999 \times 777778 + 999999 \times 222222 \\
&= 999999 \times (777778 + 222222) \\
&= 999999 \times 1000000 \\
&= 999999000000
\end{aligned}$$

方法一和方法二在公因式的选择上有所不同，导致计算的简便程度不相同。

## 1. 用拆分法算加法1

我们在做加法的时候，一般都是从右往左计算，这样方便进位。而在印度，他们都是从左往右算的。因为我们写数字的时候是从左往右写的，所以从左往右算会大大提高计算速度。这也是印度人计算速度比我们快的主要原因。从左到右计算加法就需要对数字进行拆分。

方法：

我们以第二个加数为三位数为例说明。

(1) 先用第一个加数加上第二个加数的整百数。

(2) 用上一步的结果加上第二个加数的整十数。

(3) 用上一步的结果加上第二个加数的个位数即可。

例子：

(1) 计算 $48+21=$  。

解：

$$48+20=68$$

$$68+1=69$$

所以  $48+21=69$

(2) 计算 $475+214=$  。

解：

$$475+200=675$$

$$675+10=685$$

$$685+4=689$$

所以  $475+214=689$

(3) 计算 $756+829=$  。

解：

$$756+800=1556$$

$$1556+20=1576$$

$$1576+9=1585$$

所以  $756+829=1585$

注意：这种方法其实就是把第二个加数拆分成容易计算的数分别相加。

练习：

(1) 计算  $489+223=$  。

(2) 计算  $1482+2211=$  。

(3) 计算  $1248+3221=$  。

## 2. 用拆分法算加法2

上面的方法中把一个加数进行了拆分，在本节中我们来学习如何把两个加数同时进行拆分。下面以三位数加法作为示例：如果两个加数都是三位数，那么可以把它们分别分解成百位、十位和个位三部分，然后分别进行计算，最后相加。

方法：

(1) 把两个加数的百位数字相加。

(2) 把两个加数的十位数字相加。

(3) 把两个加数的个位数字相加。

(4) 把前三步的结果相加，注意进位。

口诀：百加百，十加十，个加个。

例子：

(1) 计算  $328+321=$  。

解：

$$300+300=600$$

$$20+20=40$$

$$8+1=9$$

$$600+40+9=649$$

所以  $328+321=649$

(2) 计算  $175+242=$  。

解：

$$100+200=300$$

$$70+40=110$$

$$5+2=7$$

$$300+110+7=417$$

所以  $175+242=417$

(3) 计算  $538+289=$  。

解：

$$500+200=700$$

$$30+80=110$$

$$8+9=17$$

$$700+110+17=827$$

所以  $538+289=827$

注意：这种方法还可以做多位数加多位数，而且并不一定需要两个加数的位数相同。

练习：

(1) 计算 $132+926=$ 。

(2) 计算 $4127+363=$ 。

(3) 计算 $55212+2129=$ 。

### 3. 用拆分法算减法

我们做减法的时候，也和做加法一样，一般都是从右往左计算，这样方便借位。而在印度，他们都是从左往右算的。同样，从左往右算减法也要用到拆分。

方法：

我们以减数为三位数为例说明。

(1) 先用被减数减去减数的整百数。

(2) 用上一步的结果减去减数的整十数。

(3) 用上一步的结果减去减数的个位数即可。

例子：

(1) 计算 $458 - 214=$ 。

解：

$$458 - 200 = 258$$

$$258 - 10 = 248$$

$$248 - 4 = 244$$

所以  $458 - 214 = 244$

(2) 计算 $88 - 21=$ 。

解：

$$88 - 20 = 68$$

$$68 - 1 = 67$$

$$\text{所以 } 88 - 21 = 67$$

(3) 计算  $9125 - 1186 =$  。

解：

$$9125 - 1000 = 8125$$

$$8125 - 100 = 8025$$

$$8025 - 80 = 7945$$

$$7945 - 6 = 7939$$

$$\text{所以 } 9125 - 1186 = 7939$$

注意：这种方法其实就是把减数分解成容易计算的数进行计算。

练习：

(1) 计算  $2648 - 214 =$  。

(2) 计算  $5128 - 1154 =$  。

(3) 计算  $43958 - 12614 =$  。

#### 4. 被减数为100、1000、10000的减法

方法：

(1) 把被减数写成  $x+10$  的形式。例如100写成  $90+10$ ，1000写成  $990+10$ ，等等。

(2) 用前面的数去减减数的十位以上数字, 用10去减减数的个位数。可以避免借位。

例子:

(1) 计算  $100 - 36 =$  。

解:

首先将被减数100写成  $90 + 10$ 。

$$9 - 3 = 6$$

$$10 - 6 = 4$$

所以  $100 - 36 = 64$

(2) 计算  $1000 - 316 =$  。

解:

首先将被减数1000写成  $990 + 10$ 。

$$99 - 31 = 68$$

$$10 - 6 = 4$$

所以  $1000 - 316 = 684$

(3) 计算  $10000 - 3365 =$  。

解:

首先将被减数10000写成  $9990 + 10$ 。

$$999 - 336 = 663$$

$$10 - 5 = 5$$

所以  $10000 - 3365 = 6635$

注意：这种方法可以避免借位，提高准确率和计算速度。

练习：

(1) 计算  $10000 - 2104 =$  。

(2) 计算  $1000 - 24 =$  。

(3) 计算  $100 - 21 =$  。

## 5. 两位数减一位数

如果被减数是两位数，减数是一位数，那我们也可以把它们分别拆分成十位和个位两部分，然后分别进行计算，最后相加。

方法：

(1) 把被减数分解成十位加个位的形式，把减数分解成10减去一个数字的形式。

(2) 把两个十位数字相减。

(3) 把两个个位数字相减。

(4) 把上两步的结果相加，注意进位。

例子：

(1) 计算  $22 - 8 =$  。

解：

首先把被减数分解成  $20 + 2$  的形式，减数分解成  $10 - 2$  的形式。

计算十位： $20 - 10 = 10$

再计算个位： $2 - (-2) = 4$

结果就是： $10+4=14$

所以  $22 - 8=14$

(2) 计算  $75 - 4=$  。

解：

$75=70+5$  ,  $4=10 - 6$

$70 - 10=60$

$5 - ( - 6 ) =11$

$60+11=71$

所以  $75 - 4=71$

(3) 计算  $88 - 9=$  。

解：

$88=80+8$  ,  $9=10 - 1$

$80 - 10=70$

$8 - ( - 1 ) =9$

$70+9=79$

所以  $88 - 9=79$

练习：

(1) 计算  $42 - 8=$  。

(2) 计算  $63 - 8=$  。

(3) 计算  $32 - 9=$  。

## 6. 两位数减法运算

如果两个数都是两位数，那么可以把它们分别拆分成十位和个位两部分，然后分别进行计算，最后相加。

方法：

(1) 把被减数分解成十位加个位的形式，把减数分解成整十数减去一个数字的形式。

(2) 把两个十位数字相减。

(3) 把两个个位数字相减。

(4) 把上两步的结果相加，注意进位。

例子：

(1) 计算  $62 - 38 =$  。

解：

首先把被减数分解成  $60 + 2$  的形式，减数分解成  $40 - 2$  的形式。

计算十位： $60 - 40 = 20$

再计算个位： $2 - (-2) = 4$

结果就是： $20 + 4 = 24$

所以  $62 - 38 = 24$

(2) 计算  $75 - 24 =$  。

解：

$75 = 70 + 5$ ， $24 = 30 - 6$

$70 - 30 = 40$

$$5 - ( - 6 ) = 11$$

$$40 + 11 = 51$$

所以  $75 - 24 = 51$

( 3 ) 计算  $96 - 29 =$  。

解：

$$96 = 90 + 6, \quad 29 = 30 - 1$$

$$90 - 30 = 60$$

$$6 - ( - 1 ) = 7$$

$$60 + 7 = 67$$

所以  $96 - 29 = 67$

练习：

( 1 ) 计算  $58 - 14 =$  。

( 2 ) 计算  $45 - 21 =$  。

( 3 ) 计算  $94 - 56 =$  。

## 7 . 三位数减两位数

方法：

( 1 ) 把被减数分解成百位加上一个数的形式，把减数拆分成整十数减去一个数字的形式。

( 2 ) 用被减数的百位与减数的整十数相减。

( 3 ) 用被减数的剩余数字与减数所减的数字相加。

(4) 把上两步的结果相加，注意进位。

例子：

(1) 计算 $212 - 28 =$  。

解：

首先把被减数分解成 $200 + 12$ 的形式，减数分解成 $30 - 2$ 的形式。

计算百位与整十数的差： $200 - 30 = 170$

再计算剩余数字与所减数字的和： $12 + 2 = 14$

结果就是： $170 + 14 = 184$

所以  $212 - 28 = 184$

(2) 计算 $105 - 84 =$  。

解：

$105 = 100 + 5$ ， $84 = 90 - 6$

$100 - 90 = 10$

$5 + 6 = 11$

$10 + 11 = 21$

所以  $105 - 84 = 21$

(3) 计算 $925 - 86 =$  。

解：

$925 = 900 + 25$ ， $86 = 90 - 4$

$900 - 90 = 810$

$$25+4=29$$

$$810+29=839$$

所以  $925 - 86=839$

练习：

(1) 计算  $458 - 14=$  。

(2) 计算  $124 - 47=$  。

(3) 计算  $528 - 89=$  。

## 8. 三位数减法运算

方法：

(1) 把被减数分解成百位加上一个数的形式，把减数拆分成百位加上整十数减去一个数字的形式。

(2) 用被减数的百位减去减数的百位，再减去整十数。

(3) 用被减数的剩余数字与减数所减的数字相加。

(4) 把上两步的结果相加，注意进位。

例子：

(1) 计算  $512 - 128=$  。

解：

首先把被减数分解成  $500+12$  的形式，减数分解成  $100+30-2$  的形式。

计算百位与百位和整十数的差： $500 - 100 - 30=370$

再计算剩余数字与所减数字的和： $12+2=14$

结果就是： $370+14=384$

所以  $512 - 128=384$

(2) 计算  $806 - 174=$  。

解：

$806=800+6$  ,  $174=100+80 - 6$

$800 - 100 - 80=620$

$6+6=12$

$620+12=632$

所以  $806 - 174=632$

(3) 计算  $916 - 573=$  。

解：

$916=900+16$  ,  $573=500+80 - 7$

$900 - 500 - 80=320$

$16+7=23$

$320+23=343$

所以  $916 - 573=343$

练习：

(1) 计算  $528 - 157=$  。

(2) 计算  $469 - 418=$  。

(3) 计算  $694 - 491=$  。

## 9. 用拆分法算两位数乘法

我们知道一个两位数或者三位数乘以一位数比两位数乘以两位数要更容易计算，所以，两位数乘法中，如果被乘数或者乘数可以分解成两个一位数的乘积，那么可以把两位数乘法转换成一个两位数或者三位数乘以一位数的问题来简化计算。

方法：

- (1) 把其中一个两位数分解成两个一位数的乘积。
- (2) 用另外一个两位数与第一个一位数相乘。
- (3) 用上一步的结果（可能是两位数也可能是三位数）与第二个一位数相乘。

例子：

(1) 计算 $51 \times 24 =$  。

解：

$$24 = 4 \times 6$$

$$51 \times 4 = 204$$

$$204 \times 6 = 1224$$

所以 $51 \times 24 = 1224$ 当然，本题也可以把24拆分成 $3 \times 8$ 。

$$24 = 3 \times 8$$

解：

$$51 \times 3 = 153$$

$$153 \times 8 = 1224$$

所以  $51 \times 24 = 1224$

(2) 计算 $81 \times 94 =$  。

解：

$$81=9\times 9$$

$$9\times 94=846$$

$$9\times 846=7614$$

所以  $81\times 94=7614$

(3) 计算  $78\times 63=$  。

解：

$$63=7\times 9$$

$$78\times 7=546$$

$$546\times 9=4914$$

所以  $78\times 63=4914$

注意：本方法可以扩展成多位数与两位数相乘。

练习：

(1) 计算  $72\times 19=$  。

(2) 计算  $94\times 35=$  。

(3) 计算  $59\times 27=$  。

## 10 . 将数字分解成容易计算的数字

有的时候，我们还可以把被乘数和乘数都进行拆分，使它变为容易计算的数字进行计算。这个时候要充分利用5、25、50、100等数字在计算时的简便性。

例子：

(1) 计算 $48 \times 27 =$  。

解：

$$\begin{aligned} 62 \times 51 &= (60 + 2) \times (50 + 1) \\ &= 60 \times 50 + 60 \times 1 + 2 \times 50 + 2 \times 1 \\ &= 3000 + 60 + 100 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 84 \times 127 &= (80 + 4) \times (125 + 2) \\ &= 80 \times 125 + 80 \times 2 + 4 \times 125 + 4 \times 2 \\ &= 10000 + 160 + 500 + 8 \\ &= 10668 \end{aligned}$$

所以  $84 \times 127 = 10668$

练习：

(1) 计算 $127 \times 88 =$  。

(2) 计算 $192 \times 55 =$  。

(3) 计算 $98 \times 52 =$  。

## 11. 任意数字与12相乘

方法：

(1) 将这个数字扩大10倍。

(2) 求出这个数字的倍数。

(3) 把前两步的结果相加。

例子：

(1) 计算 $15 \times 12 =$  。

解：

15扩大10倍为150，

15的倍数为30。

$$150 + 30 = 180$$

所以  $15 \times 12 = 180$

(2) 计算 $99 \times 12 =$  。

解：

99扩大10倍为990，

99的倍数为198。

$$990 + 198 = 1188$$

所以  $99 \times 12 = 1188$

(3) 计算 $158 \times 12 =$  。

解：

158扩大10倍为1580，

158的倍数为316。

$$1580 + 316 = 1896$$

所以  $158 \times 12 = 1896$

注意：本题的方法可以扩展到多种情况，例如任意数字与11、13、15、21、22等

相乘。因为一个任意数字乘以1、2、5等的计算都非常简单直观，所以将它们拆分成十位和个位分别计算可以大大降低计算难度。

练习：

(1) 计算 $121 \times 12 =$ 。

(2) 计算 $814 \times 12 =$ 。

(3) 计算 $2259 \times 22 =$ 。

## 12. 两位数与一位数相乘

方法：

(1) 把这个两位数拆分成整十数和一个个位数（或者补数）。

(2) 用这个整十数与一位数相乘。

(3) 用个位数与一位数相乘。

(4) 把前面两步的结果相加。

例子：

(1) 计算 $51 \times 8 =$ 。

解：

$$51 = 50 + 1$$

$$50 \times 8 = 400$$

$$1 \times 8 = 8$$

$$400 + 8 = 408$$

所以  $51 \times 8 = 408$

( 2 ) 计算 $99 \times 7 =$  。

解：

$$99 = 90 + 9$$

$$90 \times 7 = 630$$

$$9 \times 7 = 63$$

$$630 + 63 = 693$$

所以  $99 \times 7 = 693$

当然，本题也可以把99拆分成 $100 - 1$ 。

$$99 = 100 - 1$$

解：

$$100 \times 7 = 700$$

$$1 \times 7 = 7$$

$$700 - 7 = 693$$

所以  $99 \times 7 = 693$

( 3 ) 计算 $78 \times 6 =$  。

解：

$$78 = 70 + 8$$

$$70 \times 6 = 420$$

$$8 \times 6 = 48$$

$$420 + 48 = 468$$

所以  $78 \times 6 = 468$

注意：本方法可以扩展成多位数与一位数相乘。

练习：

(1) 计算  $81 \times 9 =$  。

(2) 计算  $94 \times 8 =$  。

(3) 计算  $59 \times 7 =$  。

### 13 . 两位数与两位数相乘

方法：

(1) 把其中一个两位数拆分成整十数和一个个位数（或者补数）。

(2) 用这个整十数与另一个两位数相乘。

(3) 用这个个位数与另一个两位数相乘。

(4) 把前面两步的结果相加。

例子：

(1) 计算  $51 \times 85 =$  。

解：

$$51 = 50 + 1$$

$$50 \times 85 = 4250$$

$$1 \times 85 = 85$$

$$4250 + 85 = 4335$$

所以  $51 \times 85 = 4335$

( 2 ) 计算 $99 \times 24 =$  。

解：

解法一

$$99 = 90 + 9$$

$$90 \times 24 = 2160$$

$$9 \times 24 = 216$$

$$2160 + 216 = 2376$$

$$\text{所以 } 99 \times 24 = 2376$$

解法二

当然，本题也可以把99拆分成 $100 - 1$ 。

$$99 = 100 - 1$$

解：

$$100 \times 24 = 2400$$

$$1 \times 24 = 24$$

$$2400 - 24 = 2376$$

$$\text{所以 } 99 \times 24 = 2376$$

( 3 ) 计算 $78 \times 63 =$  。

解：

$$78 = 70 + 8$$

$$70 \times 63 = 4410$$

$$8 \times 63 = 504$$

$$4410 + 504 = 4914$$

所以  $78 \times 63 = 4914$

注意：本方法可以扩展成多位数与两位数相乘。

练习：

(1) 计算  $81 \times 19 =$  。

(2) 计算  $94 \times 82 =$  。

(3) 计算  $59 \times 27 =$  。

## 14 . 任意三位数的平方

我们可以把三位数拆分成一个一位数和一个两位数，再运用两位数的乘方方法来计算。

方法：

(1) 用  $a \times 100 + b$  来表示要计算平方的数，其中  $a$  为整百的数， $b$  为十位和个位上的数。

(2) 结果为  $(100a)^2 + 2 \times 100a \times b + b^2$ 。

或者

(1) 用  $a \times 10 + b$  来表示要计算平方的数，其中  $a$  为整十的数， $b$  为个位上的数。

(2) 结果为  $(10a)^2 + 2 \times 10a \times b + b^2$ 。

注意：要选择哪种拆分方法，应根据怎么拆平方更好算来确定。

例子：

(1) 计算  $915^2 =$  。

解：

$$900^2=810000$$

$$2 \times 900 \times 15=27000$$

$$15^2=225$$

$$\text{结果为：} 810000+27000+225=837225$$

或

$$910^2=828100$$

$$2 \times 910 \times 5=9100$$

$$5^2=25$$

$$\text{结果为：} 828100+9100+25=837225$$

$$\text{所以 } 915^2=837225$$

(2) 计算 $512^2=$ 。

解：

$$500^2=250000$$

$$2 \times 500 \times 12=12000$$

$$12^2=144$$

$$\text{结果为：} 250000+12000+144=262144$$

$$\text{所以 } 512^2=262144$$

(3) 计算 $129^2=$ 。

解：

$$120^2=14400$$

$$2 \times 120 \times 9=2160$$

$$9^2=81$$

结果为： $14400+2160+81=16641$

所以  $129^2=16641$

练习：

(1) 计算  $119^2=$  。

(2) 计算  $221^2=$  。

(3) 计算  $815^2=$  。

## 15 . 任意四位数的平方

我们把四位数拆分成两个两位数，运用两位数的乘方方法来计算。

方法：

(1) 用  $a \times 100 + b$  来表示要计算平方的数，其中  $a$  为整百的数， $b$  为十位和个位上的数。

(2) 结果为  $(100a)^2 + 2 \times 100a \times b + b^2$ 。

例子：

(1) 计算  $1113^2=$  。

解：

$$1100^2=1210000$$

$$2 \times 1100 \times 13=28600$$

$$13^2=169$$

$$\text{结果为： } 1210000+28600+169=1238769$$

$$\text{所以 } 1113^2=1238769$$

(2) 计算 $1512^2=$ 。

解：

$$1500^2=2250000$$

$$2 \times 1500 \times 12=36000$$

$$12^2=144$$

$$\text{结果为： } 2250000+36000+144=2286144$$

$$\text{所以 } 1512^2=2286144$$

(3) 计算 $2511^2=$ 。

解：

$$2500^2=6250000$$

$$2 \times 2500 \times 11=55000$$

$$11^2=121$$

$$\text{结果为： } 6250000+55000+121=6305121$$

$$\text{所以 } 2511^2=6305121$$

练习：

(1) 计算 $1129^2=$ 。

(2) 计算 $2217^2=$ 。

(3) 计算 $1513^2 =$  。

## 16 . 任意数字与4相除

方法：

(1) 先将除数除以2。

(2) 再将上一步结果除以2。

例子：

(1) 计算 $54 \div 4 =$  。

解：

将被除数除以2

得到  $54 \div 2 = 27$

再除以2

得到  $27 \div 2 = 13.5$

所以  $54 \div 4 = 13.5$

(2) 计算 $108 \div 4 =$  。

解：

将被除数除以2

得到  $108 \div 2 = 54$

再除以2

得到  $54 \div 2 = 27$

所以  $108 \div 4 = 27$

(3) 计算 $252 \div 4 =$  。

解：

将被除数除以2

得到  $252 \div 2 = 126$

再除以2

得到  $126 \div 2 = 63$

所以  $252 \div 4 = 63$

练习：

(1) 计算 $1024 \div 4 =$  。

(2) 计算 $56 \div 4 =$  。

(3) 计算 $111 \div 4 =$  。

## 17 . 用拆分法算分数

方法：

把带分数拆分成整数和分数两部分进行计算。

例子：

(1) 计算

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 4 \times 25 + \frac{1}{5} \times 25 \\ &= 100 + 5 \\ &= 105\end{aligned}$$

所以

$$32 \frac{4}{7} \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解：

$$32 \frac{4}{7} \div 4 = 8 \frac{1}{7}$$

(3) 计算

$$\begin{aligned}\text{原式} &= 1 \times 124 + \frac{1}{4} \times 4 \times 31 \\ &= 124 + 31 \\ &= 155\end{aligned}$$

所以

$$16 \frac{3}{5} \times 125 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 计算

$$8 \frac{1}{9} \times 27 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

### 18. 用裂项法算分数

裂项法也是拆分法的一种，该方法是将每个分数都分解成两个分数之差，并且使中间的分数相互抵消，从而简化运算。

方法：

裂项公式

$$\frac{an}{m(m+n)} = a \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{m+n} \right)$$

变化2

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

解：

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} \times \frac{1}{n+1}$$

由这道题的规律我们可以看出，当分子都是1，分母是连续的两个自然数时，这两个分数的差就是这两个分数的积，反过来也同样成立，即这两个分数的积等于这两个分数的差。

根据这一关系，也可以简化运算过程。

$$\begin{aligned} (2) \text{ 计算} \quad \text{原式} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= 1 - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 则} \quad S_n &= [1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2 + 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3 + \dots \\ &\quad + n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1)]/3 \text{ (裂项求和)} \\ &= [n(n+1)(n+2) - 0]/3 \\ &= n(n+1)(n+2)/3 \end{aligned}$$

练习：

(1) 计算

$$\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{91 \times 94} = \underline{\hspace{2cm}}$$

。

(3) 计算